Sonderdruck aus
ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN
Band 285 Heft 3

Untersuchungen über SX Cassiopeiae. II

(Mitteilungen des Astrophysikalischen Observatoriums Potsdam Nr. 80)

Von O. GÜNTHER, Potsdam

Habilitation 10. 11. 1959

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen 1958 Oktober 17)

Es wird angenommen, daß die Streuung des Lichts im Gasring um die A-Komponente — vorwiegend an freien Elektronen — 1. eine starke Randverdunkelung der A-Komponente hervorruft, 2. im Nebenminimum merklich zur Schwächung des Lichts der G-Komponente beiträgt und 3. zur Ausbildung der Flügel des Hauptminimums führt. Das diskutierte Modell ist durch die folgenden vorläufigen Werte charakterisiert: $k_{vis} = 0.43$, $k_{pg} = 0.18$; $r_g = 0.226$; $i = 84^\circ.5$; $r_A \geq 4\,\odot$; $r_G \approx 9\,\odot$; Radius R und Dicke D des Gasrings: $R = 4.65\,r_A$, $D = 2\,r_A$; Elektronendichte $N_e \leq 1.56 \cdot 10^{12}\,cm^{-3}$; $N_e : N_H \leq 1.4 \cdot 10^3$. Der hohe Ionisationsgrad erfordert die Zusatzannahme, daß die kinetische Temperatur im Gasring etwa 11000° K beträgt. Der zur Erhaltung des Gasrings notwendige Massenzufluß von der G-Komponente her wird $\leq 8.4 \cdot 10^{16}\,g\,sec^{-1}$ geschätzt. Auf Möglichkeiten zur Prüfung des Modells durch weitere Beobachtungen wird hingewiesen.

1. Einleitung

Im I. Teil dieser Arbeit [1], der weiterhin einfach mit I zitiert werden soll, waren neue photometrische Beobachtungen mitgeteilt und mit der Beobachtungsreihe von R. S. DUGAN [2] zu einer visuellen Normallichtkurve zusammengefaßt worden. Wegen der guten Übereinstimmung der beiden Beobachtungsreihen nach einer Korrektion der DUGANschen Skala kann es als sicher angesehen werden, daß die wesentlichen Unterschiede zwischen der visuellen und der photographischen Lichtkurve, auf die S. GAPOSCHKIN [3] aufmerksam gemacht hat, reell sind. Außerdem wurde gezeigt, daß Bahnen bewegter Gasmassen, die für ein vereinfachtes Modell des Systems SX Cas gerechnet wurden, geeignet sind zur Prüfung und Ergänzung der Untersuchungen von O. STRUVE [4] über Gasströme im System SX Cas. Die Vorstellungen über die Verteilung und Bewegung der Gasmassen scheinen einigermaßen gesichert zu sein.

Es soll versucht werden, ein Modell des Systems SX Cas zu finden, das sowohl die Wellenlängenabhängigkeit der Breite des Hauptminimums wie die verschiedene Breite von Haupt- und Nebenminimum verständlich macht. Aus zwei Gründen kann es sich nur um ein Modell handeln: 1. bleibt nach der Diskussion in I eine Unsicherheit über die Skala bestehen, so daß nur vorläufige, verbesserungsbedürftige Systemkonstanten abgeleitet werden können, und 2. ist damit zu rechnen, daß nur gröbere Züge erfaßt werden, während die wirklichen Verhältnisse komplizierter sind.

2. Die Systemkonstanten nach dem Hauptminimum

Bisher sind aus visuellen und photographischen Beobachtungen unabhängige Sätze von Systemkonstanten abgeleitet worden ([2], [3]). Aus der Zusammenstellung von GAPOSCHKIN [3] seien in Tabelle 1 nur die Werte für die Neigung der Bahnebene und die Radien der Komponenten noch einmal wiedergegeben.

Tabelle 1. Neigung und Radien nach früheren Bearbeitungen

	visuell	photographisch	
	DUGAN	GERASIMOVIČ	GAPOSCHKIN
Neigung	88°.3	90°.0	87°.7
Radius G-Komponente	0.250	0.200	0.200
Radius A-Komponente	0.118	0.044	0.044

Da weder die visuelle noch die photographische Lichtkurve als grob falsch angesehen werden können und eine gleichzeitige Darstellung beider Lichtkurven mit einheitlichen Systemkonstanten nicht möglich ist, muß überlegt werden, wo ein Unterschied physikalisch sinnvoll sein könnte.

a) Für die Neigung kann natürlich nur ein Wert richtig sein. Die in Tabelle 1 angegebenen Werte unterscheiden sich wenig, es gibt aber Beobachtungen, die für eine stärkere Abweichung der Neigung von 90° sprechen, nämlich die höchstens für kurze Zeit konstante Helligkeit im Haupt-

minimum der vollständigeren visuellen Lichtkurve (I Abb. 1) und STRUVES Beobachtungen über das Verhalten der Emissionslinien während der Zeit des Hauptminimums [4].

b) Wenn man nach Tabelle 1 den Radius der G-Komponente für visuelle Beobachtungen tatsächlich größer annehmen wollte als für photographische Beobachtungen, so wäre das gleichbedeutend mit der unwahrscheinlichen Annahme, daß die Atmosphäre des G-Sterns für kurzwelliges Licht wesentlich durchsichtiger wäre als für langwelliges Licht. Für unser Modell soll deshalb verlangt werden, daß der Radius der G-Komponente für beide Wellenlängenbereiche gleich groß ist.

c) Ohne einen großen Unterschied der „effektiven" Radien der A-Komponente sind die photometrischen Beobachtungen nicht zu deuten. Ein solcher Unterschied kann zustande kommen durch eine außergewöhnlich starke Randverdunkelung. Die Wellenlängenabhängigkeit braucht dabei das normale Maß nicht wesentlich zu übersteigen. Wenn größere Randpartien durch einen wellenlängenunabhängigen Teil der Extinktion schon nahezu vollständig verfinstert sind, genügt das Hinzukommen einer geringen selektiven Extinktion, um diese Randpartien vollkommen auszuschalten und damit den effektiven Radius zu verkleinern. Der wahre Radius der A-Komponente bleibt dann zunächst unbestimmt, er ist sicher größer als der effektive Radius nach der photographischen Lichtkurve und vielleicht auch größer als der effektive Radius nach visuellen Beobachtungen. Es liegt nahe, die Ursache für eine so ungewöhnliche Randverdunkelung in dem Gasring um die A-Komponente zu suchen.

Es muß also ein Satz von Systemkonstanten gefunden werden, der für visuelle und photographische Beobachtungen bis auf die Radien der A-Komponente übereinstimmt und befriedigende theoretische Lichtkurven für das Hauptminimum ergibt.

Vor der Auswertung der Lichtkurven zur Bestimmung der Systemkonstanten ist die Frage der Rektifikation zu prüfen. DUGAN [2] hat mit Anwendung der üblichen Vorschriften eine starke Elliptizität der Komponenten erhalten. Wie schon in I erwähnt wurde, gibt seine theoretische Lichtkurve eine gute Darstellung der Beobachtungen nur für die halbe Periode mit dem Hauptminimum in der Mitte. Bei den von DUGAN abgeleiteten Radien im Verhältnis zum Abstand der Komponenten ist aber eine starke Elliptizität nicht zu erwarten. Unter der Voraussetzung, daß das ROCHEsche Modell eine genügende Näherung gibt, kann man sich durch Berechnen der Äquipotentialflächen, die den Sternoberflächen entsprechen, davon überzeugen, daß die A-Komponente keine merkliche Elliptizität aufweist, und auch die G-Komponente bei $r_G = 0.25$ nur so schwach ellipsoidisch ist, daß das Verhältnis des kürzesten zum längsten Radius 0.97 beträgt. Bekanntlich ist aber bei Bedeckungsveränderlichen die photometrische Elliptizität größer als die geometrische. Eine Rektifikation ist also nicht unnötig.

Bei gemeinsamer Ausgleichung der außerhalb der Minima liegenden Beobachtungen von DUGAN und dem Verfasser nach der Formel

$$l = a - s \cos \vartheta - z \cos^2 \vartheta$$

ergaben sich kleine und nicht gesicherte Werte für s und z. Die Ausgleichung wurde dann für beide Reihen getrennt durchgeführt, wobei die Beobachtungen von DUGAN ohne Skalenkorrektion verwendet wurden. In Tabelle 2 sind die Ergebnisse zusammen mit dem Ergebnis einer entsprechenden Ausgleichung der photographischen Lichtkurve von GAPOSCHKIN [5] enthalten. Unter n ist dabei die Zahl der für die Ausgleichung verwendeten Normalpunkte angegeben. Da die Beobachtungen von DUGAN und dem Verfasser weiterhin gemeinsam ausgewertet werden sollten, war nur eine einheitliche Rektifikation sinnvoll.

Tabelle 2. Reflexions- und Elliptizitätskoeffizienten

Beobachter	s	z	n
DUGAN	−0.021 ± 0.013	−0.089 ± 0.028	25
GÜNTHER	−0.007 ± 0.010	−0.013 ± 0.023	45
GAPOSCHKIN	−0.013 ± 0.005	−0.043 ± 0.010	19

Bei der Mittelbildung aus den Konstanten wurde den Werten nach DUGAN doppeltes Gewicht erteilt.

Die Unsicherheit über die genauen Werte von s und z ist zwar unbefriedigend, ihr Einfluß auf die weiteren Ergebnisse, die sowieso als vorläufig zu betrachten sind, ist aber gering wegen der kleinen Werte dieser Koeffizienten. Es besteht noch die Möglichkeit, daß lichtelektrische Beobachtungen zu größeren Werten der Koeffizienten führen. Herr Dr. H. SCHNELLER hat den Verfasser auf erhebliche systematische Unterschiede zwischen einer visuellen und einer lichtelektrischen Lichtkurve von DO Cas aufmerksam gemacht, wofür ihm bestens gedankt sei. Nach den Systemkonstanten ist bei DO Cas die starke Elliptizität nicht außergewöhnlich.

Die Ableitung der Systemkonstanten erfolgte nach der Methode von H. SCHNELLER [6] mit Benutzung der Tafeln von K. FERRARI D'OCCHIEPPO [7] und J. E. MERRILL [8]. Nach den voran-

gegangenen Überlegungen war von einer Rechnung mit vollständiger Randverdunkelung ($x = 1$) der A-Komponente die beste Annäherung zu erwarten, allerdings auch nur eine Annäherung, weil die wirkliche Helligkeitsverteilung auf der Sternscheibe merklich anders sein kann.

Die ursprünglich aus dem visuellen Hauptminimum erhaltenen Werte $k = 0.42$, $r_g = 0.233$, $i = 84^\circ.0$ wurden als Ausgangsnäherung betrachtet, weil ja eine Lösung zur gleichzeitigen Darstellung der visuellen und der photographischen Lichtkurve angestrebt wurde, bei der nur k zwei verschiedene Werte annehmen durfte. Die durch systematisches Probieren gefundene Lösung ist: $k_{vis} = 0.43$; $k_{pg} = 0.18$; $r_g = 0.226$; $i = 84^\circ.5$. (Eine einfache Angabe mittlerer Fehler wäre irreführend, weil es sich hier nur um ein Modell handelt. Die Proberechnungen haben gezeigt, daß bei einer Bestimmung der Konstanten aus genügend gesicherten Lichtkurven höchstens etwa folgende mittleren Fehler zu erwarten sind: $r_g \pm 0.001$, $k \pm 0.01$, $i \pm 0^\circ.1$.)

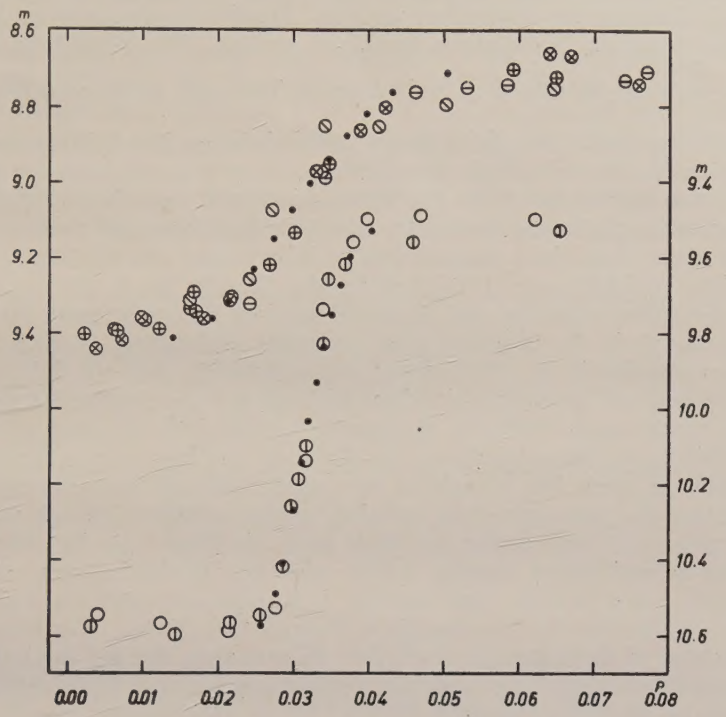

Abb. 1. Hauptminimum. Beobachtungen: DUGAN direkt ⊖, gespiegelt ⊕; GÜNTHER direkt ⊘, gespiegelt ⊗, GAPOSCHKIN direkt ◔, ○, gespiegelt ◑. Theoretische Lichtkurve •

Es handelt sich natürlich um eine Kompromißlösung, die für keine der beiden Lichtkurven ideal ist, weil jede Verbesserung zugunsten der einen Lichtkurve eine Verschlechterung für die andere zur Folge hat. Wie Abb. 1 zeigt, kann diese Lösung aber wenigstens für den Kern des Minimums als brauchbar angenommen werden. Zur Verbesserung dieser Lösung sind gleichzeitig beobachtete Lichtkurven von höherer Genauigkeit erforderlich. Bei Beobachtungen in größeren Wellenlängen könnte sich das Radienverhältnis noch größer als 0.43 ergeben.

3. Modellrechnungen zur Darstellung des Nebenminimums

Mit den abgeleiteten Systemkonstanten erhält man für das Nebenminimum eine theoretische Lichtkurve, die den Beobachtungen nicht entspricht, wie es schon wegen der wesentlich größeren Breite des Nebenminimums zu erwarten war. Diese theoretische Lichtkurve, die mit $x = 0$ für die G-Komponente gerechnet wurde, ist in Abb. 4 durch kleine offene Kreise wiedergegeben. Eine brauchbare Darstellung des Nebenminimums ließe sich erreichen durch Annahme der wesentlich größeren Komponenten, die sich aus einer schematischen Analyse des Nebenminimums ergäben. Damit wäre aber natürlich das Hauptminimum nicht darstellbar. Eine Erklärung der verschiedenen Breite von Haupt- und Nebenminimum, die bei verschiedenen Bedeckungsveränderlichen vorkommt, durch Annahme einer stark exzentrischen Bahn würde eine sehr unwahrscheinliche Zusatzannahme erfordern. Bei allen Systemen mit verschiedener Breite von Haupt- und Nebenminimum und Lage des Nebenminimums in der Mitte zwischen zwei Hauptminima müßte nämlich die große Halbachse der Bahnellipse in Richtung auf die Sonne orientiert sein.

Bei SX Cas läßt sich die größere Breite des Nebenminimums verstehen, wenn angenommen wird, daß die aus dem Hauptminimum erhaltenen Systemkonstanten richtig sind (k_{vis} ist dabei als untere Grenze für k zu betrachten) und daß der Gasring um die A-Komponente beim Vorübergang des A-Sterns vor der G-Komponente wesentlich zur Lichtschwächung beiträgt. Durch die spektrographischen Beobachtungen von O. STRUVE [4] ist die Existenz des Gasrings gesichert; in I war auch eine ungefähre Vorstellung von seinem Durchmesser gewonnen worden. Wenn die Erklärung der ungewöhnlich starken Randverdunkelung des A-Sterns durch Streuung im Gasring richtig ist, muß auch erwartet werden, daß das Licht des im Nebenminimum durch den Ring bedeckten Teils der G-Komponente wesentlich geschwächt wird.

Es wurde zunächst versucht, aus den Beobachtungen die in der Mitte des Nebenminimums bedeckte Fläche zu ermitteln. Das ist leicht möglich bei gleichförmig heller Scheibe der G-Komponente. In I Tabelle 2 waren die Helligkeiten der unbedeckten und der in der Mitte des Nebenminimums teilweise bedeckten G-Komponente angegeben worden. Entsprechende Angaben können aus den durch die Rektifikation abgeänderten Helligkeiten berechnet werden. Die Helligkeitsabnahme ist $\Delta m = -2.5 \lg \frac{I}{I_0}$, wenn I die von dem unbedeckten Teil und I_0 die von der vollen Sternscheibe ausgehenden Intensitäten sind. Bei gleichförmig heller Scheibe des G-Sterns wäre das Intensitätsverhältnis zugleich das Größenverhältnis der Flächen. Aus den rektifizierten Helligkeiten ergeben sich so folgende Größen der in der Mitte des Nebenminimums bedeckten Flächen in Einheiten der Gesamtfläche: visuell 0.32, photographisch 0.10. Bei dem Radienverhältnis $k = 0.43$, das eine untere Grenze darstellt, ist aber schon ohne photometrische Mitwirkung des Gasrings eine Fläche von 0.185 bedeckt. Die Annahme gleichförmiger Helligkeit auf der Scheibe des G-Sterns ist also nicht erfüllt.

Die bisher vorliegenden visuellen und photographischen Beobachtungen für SX Cas haben außer unbefriedigender Genauigkeit den Nachteil, daß sie nicht gleichzeitig beobachtet worden sind. Es ist deshalb nicht von vornherein die Möglichkeit auszuschließen, daß ein Teil der Unterschiede zwischen diesen Lichtkurven auf gewissen zeitlichen Änderungen im System SX Cas beruht. Genauere und gleichzeitige Beobachtungen sind also abzuwarten. Trotzdem soll noch gezeigt werden, wie die gefundenen Unterschiede im Nebenminimum im Rahmen des hier vorgeschlagenen Modells erklärt werden könnten, falls sie auch bei genaueren und gleichzeitigen Beobachtungen auftreten sollten. Dabei scheidet zunächst die Annahme einer radialen, im kurzwelligen Bereich viel stärker wirksamen Randverdunkelung aus, weil dann außer der Tiefe auch die Breite des Nebenminimums der photographischen Lichtkurve verkleinert werden würde, was den Beobachtungen widerspricht. Es darf als wahrscheinlich angesehen werden, daß von der G-Komponente nicht nur gerade die Gasmassen ausgeschleudert werden, die den Gasring um die A-Komponente bilden. Vor allem sind weitere „Protuberanzen" mit geringerer Anfangsgeschwindigkeit zu erwarten, die auf die G-Komponente zurückfallen, und zwar mindestens in der Umgebung der Verbindungslinie der beiden Komponenten, vielleicht sogar in einem Ring um die G-Komponente herum. Es ist naheliegend, diese Gasmassen annähernd symmetrisch zur Bahnebene und in nicht großem Abstand von ihr anzunehmen. Wegen der Neigung der Bahnebene projizieren sich diese Gasmassen mehr auf die Hälfte der Sternscheibe, vor der im Nebenminimum die A-Komponente vorübergeht. Wenn solche Gasmassen genügende Dichte haben, um eine — im kurzwelligen Bereich stärkere — Schwächung hindurchgehenden Lichts zu bewirken, so ist die Helligkeitsverteilung auf der Scheibe des G-Sterns nicht radialsymmetrisch. Die Breite des Nebenminimums wird nicht verringert bei stärkerer Extinktion. Bei gleichbleibender Größe der geometrischen Bedeckung ist natürlich die photometrische Wirkung umso geringer, je weniger das bedeckte Gebiet zur Gesamthelligkeit beiträgt.

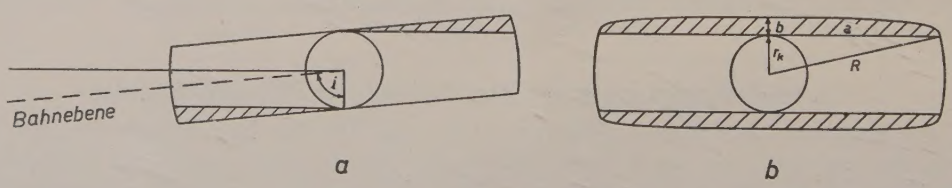

Abb. 2. Schematisches Bild des Gasrings a) bei größter Elongation der Komponenten b) im Minimum

Für die folgenden Modellrechnungen wurde zur Vereinfachung angenommen, daß der Teil des G-Sterns, vor dem im Nebenminimum der A-Stern + Ring vorübergeht, gleichförmig hell erscheint. Der Durchmesser des A-Sterns wurde nach der unteren Grenze des Radienverhältnisses ($k = 0.43$) gewählt und die Dicke des Rings gleich dem Durchmesser des A-Sterns. Da die Bahnneigung merklich von 90° abweicht, erscheint der auf den G-Stern projizierte Ring nicht einfach als Streifen von diesem

Durchmesser. Nach Abb. 2 hätten wir bei einem undurchsichtigen Ring als Projektion der begrenzenden Kreisfläche eine Ellipse mit den Halbachsen $a = \sqrt{R^2 - r_k^2}$ (R = Radius des Rings, r_k = Radius der kleineren, also der A-Komponente) und $b = a \cos i$. Tatsächlich ist aber ein Teil davon optisch unwirksam wegen zu geringer Schichtdicke. Das Achsenverhältnis wird dadurch noch kleiner. Wir können zur Vereinfachung die Halbellipsen beiderseits des Streifens durch schmale Rechtecke mit der Fläche $q F_E$ ersetzen, wobei F_E die Fläche der Halbellipse ist und q ein Faktor, der von der Extinktion im Ring abhängt und sicher <1 ist. Wegen des geringen Beitrags der Randzonen zur gesamten Extinktion im Ring ändert ein Fehler in der Schätzung von q die theoretische Lichtkurve für das Nebenminimum kaum merklich. Der Radius des Rings ist hauptsächlich durch die Breite des Minimums festgelegt, und zwar wurde $R = 4.65\, r_k$ gefunden. Die Dichte im Ring wurde als homogen angenommen.

Die jeweilige Größe der Bedeckung wurde wie folgt bestimmt. Auf Millimeterpapier wurde die G-Komponente als Kreis aufgezeichnet und auf Transparentpapier im gleichen Maßstab die A-Komponente mit dem Ring. Für eine Reihe von Abständen δ der Komponentenmittelpunkte, selbstverständlich mit Berücksichtigung der Bahnneigung, wurde die Größe der bedeckten Fläche durch Auszählen der Millimeterquadrate bestimmt und das Verhältnis zur maximal bedeckten Fläche gebildet. Dabei wurde zuerst vollständige Extinktion im Ring angenommen, dann wurde das Verfahren verfeinert. Der Ring wurde in 40 Streifen von gleicher Breite unterteilt. (In Abb. 3 ist die Unterteilung nur schematisch mit weniger Streifen angedeutet.) Für jeden Streifen wurde die zugehörige mittlere Weglänge im Ring ($R = 1$) ermittelt, dann wurde für den in der Mitte des Minimums be-

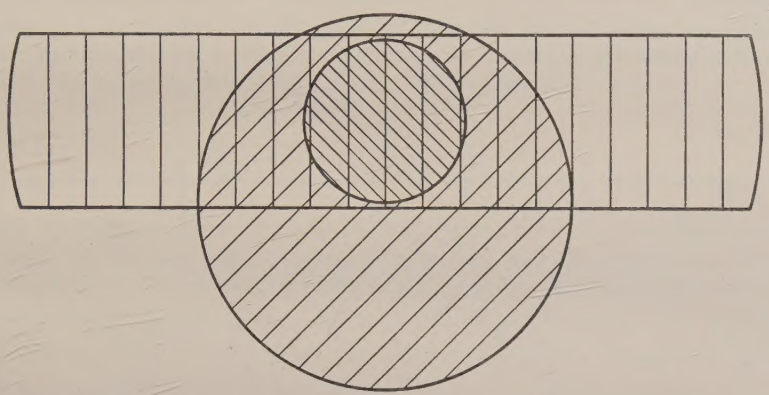

Abb. 3. Stellung der Komponenten in der Mitte des Nebenminimums mit Andeutung der Unterteilung des Rings (siehe Text)

deckten Teil ein gewichtetes Mittel der Weglängen gebildet mit den Flächengrößen als Gewichten. Die mittlere Weglänge ist 1.800. Die mittlere Extinktion in den bedeckenden Ringteilen wurde zu 0.90 angesetzt. Die optische Tiefe ergibt sich aus $\frac{I}{I_0} = e^{-\tau}$ zu $\tau = 2.30$. Für die Weglänge 1 ist demnach die optische Tiefe 1.28 und die Extinktion 0.72. Durch Abänderung der Modellannahmen könnten günstigere Verhältnisse für die spätere Abschätzung der Elektronendichte erzielt werden. Darauf wurde aber verzichtet.

Zu jeder mittleren Weglänge der Streifen wurde die zugehörige Extinktion berechnet und für jede Phase des Vorübergangs $\sum F_i E_i$ gebildet, wobei F_i die Teilflächen und E_i die zugehörigen Extinktionswerte sind. $\sum F_i E_i$ ist die Fläche, die ein vollständig absorbierender Körper bedecken würde. Damit konnte die theoretische Lichtkurve gerechnet werden, die in Abb. 4 durch kleine volle Kreise wiedergegeben ist. Bei den weitgehenden Vereinfachungen des Modells ist die Darstellung der Beobachtungen recht befriedigend.

Um zu prüfen, wie stark die theoretische Lichtkurve durch abweichende Modellannahmen geändert wird, wurde a) eine Lichtkurve berechnet mit einer mittleren Extinktion der in der Mitte des Nebenminimums bedeckenden Ringteile von 0.80 unter Beibehaltung aller übrigen Annahmen und b) eine Lichtkurve für das größere Radienverhältnis $k = 0.55$ (fast streifende Totalität im Hauptminimum), wobei wieder die Dicke des Rings gleich dem Durchmesser des A-Sterns gewählt wurde, während aus dem ursprünglichen Modell der Durchmesser des Rings beibehalten wurde und ebenso die optische Tiefe 1.28 für die Weglänge 1.

Die Änderung der Lichtkurve bei Verringerung der Extinktion wird in Abb. 5 gezeigt. Die Änderung ist gering; die bisherigen Beobachtungen werden mit der stärkeren Extinktion etwas besser

dargestellt. Die Annahme der größeren A-Komponente mit entsprechend dickerem Ring bringt nur Abweichungen von 0^m001 gegen die ursprüngliche theoretische Lichtkurve, wenn trotz der größeren bedeckten Fläche die Amplitude des Nebenminimums wieder den Beobachtungen entsprechend angesetzt wird.

Wenn die Dicke des Rings gleich dem Durchmesser des A-Sterns angenommen worden war, so ist das für die Erklärung der Randverdunkelung eine untere Grenze. Streng genommen wäre dabei schon ein kleines Randstück des A-Sterns weniger stark verdunkelt, weil die Gasmassen des Rings in dünnerer Schicht darauf projiziert erscheinen (Abb. 2a). Bei Vergrößerung der Dicke des Rings ändert sich die Form der Lichtkurve ähnlich wie bei einer geringeren Zunahme der Extinktion.

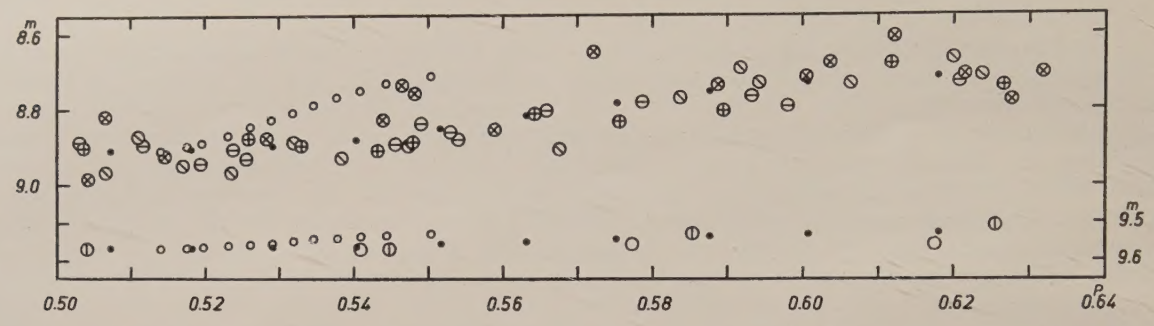

Abb. 4. Nebenminimum. Bedeutung der verschiedenen Symbole wie in Abb. 1, dazu noch theoretische Lichtkurve mit Systemkonstanten nach dem visuellen Hauptminimum ohne Mitwirkung des Gasrings ○

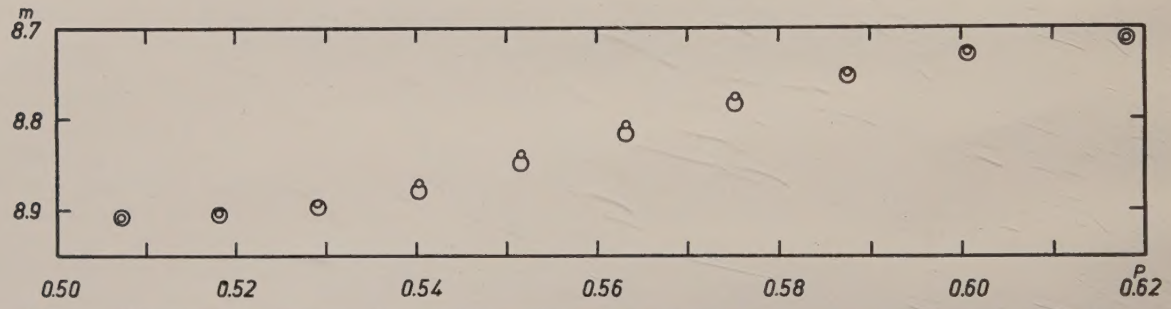

Abb. 5. Theoretische Lichtkurven für das Nebenminimum mit stärkerer ○ und mit geringerer ○ Extinktion im Gasring

4. Physikalische Verhältnisse, besonders Elektronendichte im Gasring

Mit der in I angegebenen Periode $P = 36^d.56732$, der von STRUVE [4] angenommenen halben RG-Amplitude $K = 27$ km sec^{-1}, der Neigung $i = 84°.5$ und gleicher Masse der Komponenten nach GAPOSCHKIN [3] ist $a = 2.73 \cdot 10^7$ km $= 2.73 \cdot 10^{12}$ cm. Der Radius der G-Komponente ist damit $r_G = 6.165 \cdot 10^{11}$ cm $\approx 9\ \odot$. Für die A-Komponente ergibt sich bei Einsetzen des Radienverhältnisses $k = 0.43$ ein unterer Grenzwert: $r_A = 2.65 \cdot 10^{11}$ cm $\approx 4\ \odot$. Für den Radius des Gasrings war $R = 4.65\, r_k$ gefunden worden, wobei für r_k der untere Grenzwert von r_A einzusetzen ist. Also ist $R = 1.23 \cdot 10^{12}$ cm. Es soll weiterhin immer die untere Grenze von r_A verwendet werden. Das Gesamtvolumen von Stern und Ring ist dann $V = 1.69 \cdot 10^{36}$ cm^3. Da für die Emission ein zylindrisches Stück mit Radius r_A ausscheidet, ist das für die Emission maßgebende Volumen V_E kleiner, nämlich $V_E = 1.15 \cdot 10^{36}$ cm^3.

Wir hatten vermutet, daß die Extinktion im Gasring hauptsächlich durch Streuung an freien Elektronen hervorgerufen wird. Nachdem die Abmessungen des Rings bekannt sind, können wir die dazu notwendige Zahl der Elektronen pro cm^3 ausrechnen. Es ist

$$N_e = \frac{\tau}{\sigma l}. \qquad (1)$$

Nach den Rechnungen für das Nebenminimum entspricht einer Weglänge vom Radius des Rings ($l = 1.23 \cdot 10^{12}$ cm) die optische Tiefe $\tau = 1.28$. Mit $\sigma = 6.65 \cdot 10^{-25}$ wird $N_e = 1.56 \cdot 10^{12}$ cm^{-3}.

Dazu ist zweierlei zu bemerken: 1. Die Annahme sehr starker Extinktion, die wir bei Einsetzen eines unteren Grenzwertes für die Dicke des Gasrings machen mußten, führt zu einem oberen Grenzwert der Elektronendichte. Zwei Vergleichszahlen seien erwähnt: G. R. und E. M. BURBIDGE [9] haben für die wahrscheinlich auch ringförmige Hülle des Be-Sterns 11 Cam $N_e = 1.55 \cdot 10^{13}$ cm^{-3} gefunden, während R. P. KRAFT [10] für den Gasring des Doppelsternsystems T CrB $N_e = 2 \cdot 10^{10}$ cm^{-3} abgeleitet hat. 2. Es ist mit homogener Dichte gerechnet worden. Das muß nicht unbedingt eine schlechte Näherung sein, denn einerseits ist es nicht notwendig, einen Dichtegradienten wie in einer Sternatmosphäre anzunehmen, weil der Gasring durch die bei der Umlaufsbewegung auftretenden Zentrifugalkräfte getragen wird, und andererseits ist zu erwarten, daß die starke Turbulenz, die nach Z. KOPAL [11] besteht, der Ausbildung eines großen Dichtegradienten entgegenwirkt. Ein radialer Dichteabfall ist aber doch wahrscheinlicher als homogene Dichte. Die Darstellung des Nebenminimums würde dadurch am Anfang (und am Ende) noch ein wenig verbessert werden.

Es bleibt auch bei Berücksichtigung dieser Umstände die Tatsache bestehen, daß die erforderliche Elektronendichte recht hoch ist. Unser Modell kann nur dann als physikalisch möglich betrachtet werden, wenn sich zeigen läßt, daß eine hohe Elektronendichte im Gasring annehmbar erscheint.

Aus den beobachteten Emissionen läßt sich eine Abschätzung für H I gewinnen. Spektralphotometrische Messungen fehlen leider. Nach einer Schätzung von O. STRUVE [12] ist die Intensität von Hβ vergleichbar mit 1 Å des benachbarten Kontinuums. Die Schätzung bezieht sich zwar nicht ausdrücklich auf SX Cas, sie dürfte aber die richtige Größenordnung, vielleicht sogar die untere Grenze geben, weil SX Cas ein System mit besonders kräftigen Emissionslinien ist.

Die Gasringe um die früheren Komponenten von Doppelsternsystemen haben so viel Ähnlichkeit mit den Gasringen um Be-Sterne, daß für die Abschätzung der H I-Atome, die zur Emissionslinie Hβ beitragen, eine Gleichung übernommen werden kann, die G. R. und E. M. BURBIDGE [9] in einer Untersuchung über die äußeren Atmosphären von Be-Sternen verwendet haben:

$$V_E N_n = 8 \pi^2 c r_A^2 \frac{w}{\lambda^4 A_{n2} (e^{h\nu/kT} - 1)}. \tag{2}$$

Dabei haben V_E und r_A die vorher erklärten Bedeutungen, c ist die Lichtgeschwindigkeit, N_n die Zahl der neutralen, auf das Niveau n angeregten Atome, A_{n2} der EINSTEINsche Übergangskoeffizient für eine BALMER-Linie und w die Äquivalentbreite der Linie in Ångströmeinheiten.

Mit $w = 1$ für die Äquivalentbreite von Hβ und $T = 8400$°K ergibt sich $V_E N_n = 1.3 \cdot 10^{44}$. Mit dem oben angenommenen Wert für V_E wird die Zahl der Atome, die gleichzeitig Hβ emittieren, $N_4 = 1.1 \cdot 10^8$ cm^{-3}.

Das ist noch nicht die Gesamtzahl der H I-Atome pro cm^3. Nach D. H. MENZEL und J. G. BAKER [13] ist die Zahl der Atome im Quantenzustand n

$$N_n = b_n N_i N_e \frac{h^3}{(2\pi m k T_e)^{3/2}} n^2 e^{X_n}, \text{ wo } X_n = \frac{h R Z^2}{n^2 k T_e}. \tag{3}$$

Dabei ist b_n ein Faktor, der den Grad der Abweichung vom thermodynamischen Gleichgewicht bei der Elektronentemperatur T_e charakterisiert. Für strenges thermodynamisches Gleichgewicht ist $b_n = 1$. N_i und N_e sind die Zahlen der Ionen bzw. Elektronen pro Volumeneinheit. Für Wasserstoff ($Z = 1$) können die Werte X_n aus $X_n = \frac{1.5703 \cdot 10^5}{n^2 T_e}$ [13] berechnet werden. Dabei kann mit genügender Näherung $T_e = 8000$°K ([14] Tabelle 1) angenommen werden. Aus dieser Tabelle sind auch die b_n zu entnehmen. Da N_4 (Hβ) als bekannt betrachtet werden kann, läßt sich für andere Linien der BALMERserie das Verhältnis bilden

$$\frac{N_n}{N_4} = \frac{b_n}{b_4} \left(\frac{n}{4}\right)^2 e^{X_n - X_4}. \tag{4}$$

Die Werte dieses Verhältnisses wurden für $n = 3$ bis $n = 10$ berechnet. Da die b_n nicht sicher bekannt sind, handelt es sich nur um eine Abschätzung.

Tabelle 3. Atomzahlenverhältnisse nach Gleichung (4)

n	3	4	5	6	7	8	9	10
N_n/N_4	1.65	1.00	0.95	1.05	1.19	1.44	1.69	1.96

G. R. und E. M. BURBIDGE ([9] Tabelle 5) hatten aus gemessenen Äquivalentbreiten eine stärkere Zunahme der N_n mit wachsender Seriennummer erhalten. Die Gesamtzahl der H I-Atome pro cm³ ist $N_H = \sum N_n$. Nach Tabelle 3 nehmen wir N_H sicher nicht zu hoch an, wenn wir den abgeleiteten Wert für N_4 mit dem Faktor 10 multiplizieren. Das Ergebnis ist also $N_H \geqq 1.1 \cdot 10^9$ cm^{-3}.

Zum Vergleich sei angeführt, daß STRUVE [12], von dem wir die Schätzung der Äquivalentbreite der Hβ-Emissionslinie übernommen hatten, mit anderen Annahmen über den Ring, die zu einem Volumen von 10^{34} cm³ führen, $V_E N_H \approx 10^{50}$ errechnet hat, also $N_H \approx 10^{16}$ cm^{-3}. Dieser Wert erscheint unwahrscheinlich hoch. Er kann nicht direkt nachgeprüft werden, weil Einzelheiten der Rechnung nicht mitgeteilt werden. Jedenfalls stellt der oben erhaltene Wert für N_H eine untere Grenze dar. Zum weiteren Vergleich sei noch erwähnt, daß G. R. und E. M. BURBIDGE [9] für den Be-Stern 11 Cam aus beobachteten Äquivalentbreiten $V_E N_H > 2 \cdot 10^{46}$ erhalten haben. V_E liegt nach ihren Schätzungen zwischen 10^{36} und 10^{38} cm³, so daß sich größenordnungsmäßig ergibt $10^{10} \geqq N_H \geqq 10^8$.

Da wir mit der angenommenen starken Extinktion für N_e eine obere Grenze erhalten hatten, während für N_H eine wegen der unsicheren Grundlagen wenig sichere untere Grenze gefunden wurde, läßt sich für das Verhältnis $\frac{N_e}{N_H}$ nur eine obere Grenze angeben: $\frac{N_e}{N_H} \leq 1.4 \cdot 10^3$. Es muß jedenfalls ein großer Teil der Atome im Ring ionisiert sein. Nach W. GORBAZKIJ [15] ist die Schärfe der Absorptionslinien (cA6!) ein Zeichen für starke Ionisation im Gasring.

Aus der SAHAschen Gleichung ist nur ein Näherungswert zu erwarten, weil verdünnte Strahlung und sicher auch Abweichungen vom thermodynamischen Gleichgewicht vorliegen. Mit der Elektronendichte $N_e = 1.56 \cdot 10^{12}$ cm^{-3} und $T = 8400°$K entsprechend der effektiven Temperatur für A6 nach KEENAN und MORGAN [16] ist der Elektronendruck $P_e = N_e k T = 1.81$ dyn cm^{-2}. Unter Vernachlässigung der Elektronen, die von der Ionisation anderer Elemente als Wasserstoff stammen, ist $\frac{N_e}{N_H} \approx \frac{N\,\mathrm{H\,II}}{N\,\mathrm{H\,I}}$. Aus der SAHAschen Gleichung

$$\lg \frac{N\,\mathrm{H\,II}}{N\,\mathrm{H\,I}} = -13.54 \frac{5040}{T} + 2.5 \lg T - 0.48 - \lg P_e + \lg W\,, \tag{5}$$

wobei der Verdünnungsfaktor $W \approx \left(\frac{r_A}{2r}\right)^2$ im Gasring von 0.25 auf 0.01 abnimmt, erhält man $\frac{N\,\mathrm{H\,II}}{N\,\mathrm{H\,I}}$ zwischen 2.2 und 0.1 je nach der Größe von W. Die Diskrepanz gegen die oben angegebene obere Grenze $1.4 \cdot 10^3$ würde dazu zwingen, das Modell als physikalisch unmöglich aufzugeben, wenn kein Grund vorläge, die Richtigkeit des berechneten Ionisationsgrades zu bezweifeln. Man braucht sich nicht nur darauf zu berufen, daß STRUVE [12] Zweifel an der Anwendbarkeit der gewöhnlichen Theorien der Ionisation und Anregung auf die Gasringe geäußert hat. Wie noch gezeigt werden wird, führen die besonderen Verhältnisse im Gasring zu starker Turbulenz und zu einer hohen MACH-Zahl, deshalb kann dort die kinetische Temperatur wesentlich über der Strahlungstemperatur des A-Sterns liegen.

Der Verdünnungsfaktor W, der für die Strahlungsionisation mitgenommen wurde, wäre jetzt durch einen Faktor zu ersetzen, der die — wohl nicht sehr starke — radiale Abnahme der kinetischen Temperatur im Gasring berücksichtigt. Bei Vernachlässigung dieses Faktors ergibt sich ein oberer Grenzwert für den Ionisationsgrad. Die vorher angegebene obere Grenze $\frac{N\,\mathrm{H\,II}}{N\,\mathrm{H\,I}} = 1.4 \cdot 10^3$ wird bei einer kinetischen Temperatur von etwa 11 150°K erreicht.

(Die bei der näherungsweisen Berechnung der Zahl der Wasserstoffatome in verschiedenen Quantenzuständen gemachten Annahmen erweisen sich damit als nicht richtig. Eine Wiederholung der Rechnung ist aber nicht notwendig, weil in Ermangelung von Beobachtungsgrundlagen sowieso nur die Größenordnung abzuschätzen war. Da die Steilheit des BALMERdekrements von der kinetischen Temperatur abhängt, ergibt sich eine Möglichkeit zur Prüfung der Temperaturverhältnisse durch spektralphotometrische Beobachtungen, die möglichst Hα mit erfassen möchten.)

An dieser Stelle sei angemerkt, daß das vorgeschlagene Modell erlaubt, die systematischen Unterschiede zwischen den Lichtkurven von DUGAN und vom Verfasser, die in I als Skalenunterschiede aufgefaßt wurden, als reelle Änderung der scheinbaren Helligkeit des A-Sterns zu deuten. Dazu braucht sich nur die Extinktion im Gasring geändert zu haben. Es besteht ja keine Notwendigkeit, zu verlangen, daß die Dichte und damit auch die Elektronendichte im Ring zeitlich konstant sein muß. Wenn die Skala beider Beobachtungsreihen richtig ist und die scheinbare Helligkeit des A-Sterns sich geändert hat, müssen die beiden Lichtkurven wegen der nahe gleichen effektiven Wellenlänge im Hauptminimum gleiche Helligkeit zeigen. Die Beobachtungen von DUGAN [2] ergeben mit der Helligkeit des Vergleichsterns nach GAPOSCHKIN [3] folgende Helligkeiten: Max. 8^m57, Min. I 9^m543, Min. II 8^m85. Mit der in I angenommenen Skala des Verfassers war für Min. I die Helligkeit 9^m555 gefunden worden, also wirklich nahezu der gleiche Wert. Die Helligkeit der A-Komponente wird jetzt nach I Gleichung (1)

9^m15, die Helligkeit der im Nebenminimum teilweise bedeckten G-Komponente 10^m39. Der in I im Zusammenhang mit Tabelle 2 erörterte Widerspruch bei den Farbenindizes bleibt bestehen. Wenn wir aber einmal die Möglichkeit zeitlicher Änderungen der Durchsichtigkeit des Gasrings in Erwägung ziehen, müssen wir auch darauf gefaßt sein, daß die Kombination von nicht gleichzeitig beobachteten Lichtkurven verfälschte FI ergibt. Wenn zur Zeit der Beobachtungen von DUGAN der Gasring durchsichtiger war, müßte auch k etwas größer, das Hauptminimum also etwas breiter gewesen sein. In Abb. 1, wo die Beobachtungen von DUGAN und vom Verfasser durch verschiedene Zeichen unterschieden sind, läßt sich tatsächlich eine Andeutung davon finden. Die von DUGAN bemerkten und durch empirische Korrektionen berücksichtigten kleinen Helligkeitsänderungen können in diesem Zusammenhang auch gedeutet werden als kleinere Änderungen der Durchsichtigkeit des Gasrings.

Mit den Annahmen des Modells, besonders $N_e = 1.56 \cdot 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-3}$ beträgt die Schwächung der A-Komponente etwa 1^m15. Wenn der A-Stern infolge größerer Durchsichtigkeit des Rings scheinbar 0^m29 heller werden soll, muß N_e auf $1.17 \cdot 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-3}$ herabgehen. Eine Änderung der Dichte und damit der Elektronendichte in dem auf die A-Komponente projizierten Teil des Rings kann entweder durch verschieden starke Materieausschleuderung der Nebenkomponente oder bei etwa konstanter Ejektion durch verschieden starke Konzentration der Gasmassen auf die Bahnebene zustande kommen. Der erste Fall ist zur Erklärung der Beobachtungen nicht geeignet, weil dabei die Amplitude des Nebenminimums verkleinert werden würde.

Zur Ergänzung der Betrachtungen über die physikalischen Verhältnisse im Gasring können aus den von KOPAL [11] angegebenen Gleichungen noch einige Zahlenangaben berechnet werden. Die wesentlichsten Unterschiede gegenüber den Annahmen von KOPAL sind der größere Durchmesser des Rings und die niedrigere Temperatur der Hauptkomponente. Die Unsicherheit über die Temperatur ist hier von geringer Bedeutung, wir setzen wieder $T = 8400°\mathrm{K}$ ein. Die Dichte übernehmen wir nicht aus den KOPALschen Schätzungen, wir setzen $\varrho = m_H\,(N\,\mathrm{H\,I} + N\,\mathrm{H\,II}) \approx 2.6 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{g\,cm}^{-3}$. Nach den vorhergehenden Betrachtungen ist das ein oberer Grenzwert und somit eine Bestätigung der Schätzung von KOPAL. Es ergeben sich folgende Werte: Viskositätskoeffizient $\mu = 1.8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{g\,cm}^{-1}\,\mathrm{sec}^{-1}$, kinematische Zähigkeit $\nu = \frac{\mu}{\varrho} = 7.1 \cdot 10^{7}\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}^{-1}$, REYNOLDSsche Zahl $Re = 2.8 \cdot 10^{11}$, freie Weglänge der Protonen (genähert auch für Elektronen gültig) $l = 2.9 \cdot 10^{2}\,\mathrm{cm}$, Schallgeschwindigkeit $c_s = \frac{v\,d}{Re\,l} = \frac{\nu}{l} = 2.4 \cdot 10^{5}\,\mathrm{cm\,sec}^{-1}$ (v und d sind Strömungsgeschwindigkeit und Durchmesser des Gasstroms), MACH-Zahl $M = \frac{v}{c_s} \approx 10^2$.

Schließlich wollen wir noch fragen, ob ein so großer Gasring, wie wir ihn für SX Cas angenommen haben, etwa einen unwahrscheinlich großen Materieabfluß von der Nebenkomponente erfordert. Die Gesamtmasse des Gasrings ist $V\varrho \approx 1.6 \cdot 10^{36} \cdot 2.6 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{g} = 4 \cdot 10^{22}\,\mathrm{g}$. (Die Annahme homogener Dichte führt zu einem oberen Grenzwert.) Es ist zu überlegen, in welcher Zeit die Masse des Rings einmal durch Materienachschub von der Nebenkomponente erneuert werden muß. In I (Abb. 3) war eine Bahn mit mehrfacher Umlaufung der Hauptkomponente gefunden worden. Die Rechnung war willkürlich nach 3 Umläufen abgebrochen worden. Ein kleiner Teil der Gasmassen fließt ohne vollen Umlauf nach außen ab. Es ist aber sicher nicht zu günstig geschätzt, wenn angenommen wird, daß die von der G-Komponente ausgehenden Gasmassen des Rings im Mittel 2 volle Umläufe um die A-Komponente vollführen, bevor sie wieder aus dem Ring ausscheiden und auf eine der beiden Komponenten stürzen. Für 2 Umläufe brauchen sie nach den Rechnungen für die in I Abb. 3 dargestellte Bahn etwa 5^d5 (ohne den Weg vom G-Stern bis zum Ring). Um die notwendige Massenergänzung pro Sekunde zu finden, müssen wir also $V\varrho$ durch $5.5 \cdot 86400\,\mathrm{sec}$ teilen und erhalten $8.4 \cdot 10^{16}\,\mathrm{g\,sec}^{-1}$. Dieser Wert muß als obere Grenze betrachtet werden, weil für die Masse des Rings ein oberer Grenzwert eingesetzt wurde, während die angenommene Zeit des Verbleibens der Gasmassen im Ring sehr wahrscheinlich eine untere Grenze ist. Im Verhältnis zur Gesamtmasse des G-Sterns, die mit etwa $5\,\mathfrak{M}_\odot$ (nach GAPOSCHKIN [3]) rund $10^{34}\,\mathrm{g}$ beträgt, ist der Massenverlust nicht unwahrscheinlich groß. Dabei ist noch nicht einmal berücksichtigt, daß ein Teil der Gasmassen aus dem Ring wieder auf den G-Stern zurückfällt.

5. Zur Erklärung der Flügel des Hauptminimums

Es war bei der Ableitung der Systemkonstanten gezeigt worden, daß die Elliptizität der Komponenten gering ist. Die breiten Flügel des Hauptminimums können also nicht auf einen Elliptizitätslichtwechsel zurückgeführt werden, sie treten auch in den rektifizierten Lichtkurven noch auf. Wir müssen daher versuchen, die Entstehung dieser Flügel im Rahmen unseres Modells auf andere Weise zu erklären.

Die Streuung des Lichts an freien Elektronen führt nicht nur zu starker Extinktion im Gasring, sie muß auch dem Ring eine merkliche Helligkeit verleihen. Es soll einmal geprüft werden, was sich aus der Annahme ergibt, daß die Flügel des Hauptminimums durch die Bedeckung heller Ringteile ent-

stehen. Aus der visuellen Lichtkurve ist zu sehen (Abb. 1), daß bei Beginn der eigentlichen Bedeckung die beobachtete Helligkeit etwa $0^m.06$ geringer ist als die theoretische. Nach I Gleichung (1) ergibt sich daraus, daß die Helligkeit der A-Komponente (+ Ring) um $0^m.117$ geschwächt ist. Wenn wir die bedeckte Ringhälfte als engen Begleiter der A-Komponente auffassen, so ist nach derselben Gleichung der Begleiter etwa $2^m.48$ schwächer als der A-Stern. Da die andere Ringhälfte die gleiche Helligkeit hat, wäre der ganze Ring etwa $1^m.73$ schwächer als der A-Stern. Das entsprechende Intensitätsverhältnis ist 0.20.

Es ist naheliegend, für eine grobe Abschätzung der zu erwartenden Helligkeit einen Vergleich mit bekannten Daten für die K-Korona durchzuführen. Dabei setzen wir die gestreute Helligkeit in Einheiten der Helligkeit des beleuchtenden Sterns (Sonne bzw. A-Stern) proportional der Gesamtzahl der Elektronen in einer Säule von 1 cm² Querschnitt. Wir vernachlässigen zwei Faktoren, die sich in ihrer Wirkung zum Teil kompensieren, nämlich die größeren Dimensionen des Gasrings im Vergleich mit der Korona und die bei der höheren Dichte im Ring schon merkliche Schwächung des von hinteren Ringteilen ausgehenden Lichts durch Streuung in vorderen Ringteilen. Wie schon S. BAUMBACH [17] gezeigt hat, ist in der Korona der radiale Abfall der Elektronendichte sehr stark. Für das Modell des Gasrings hatten wir dagegen den Extremfall homogener Dichte angesetzt.

Der Abschätzung sollen die Zahlenwerte von H. C. VAN DE HULST [18] zugrunde gelegt werden, und zwar die Elektronendichten für Äquatorgebiete und die entsprechenden Totalhelligkeiten von $r = 1$ bis $r = 6$ in Einheiten des Sonnenradius, die VAN DE HULST getrennt für Minimum und Maximum angibt. In Tabelle 4 sind für die Korona gegeben $N_K = \int_{r=1}^{r=6} N(r)\, dr$, wozu praktisch nur die Gebiete bis $r = 3$ beitragen, und das Intensitätsverhältnis Korona (bis $r = 6$): Sonne. Für den Ring um den A-Stern nach dem angenommenen Modell ist $N_R = N_e (R - r_A)$, wobei für r_A wieder der untere Grenzwert eingesetzt wurde.

Tabelle 4
Elektronenzahlen und Totalhelligkeiten

Korona		Ring
N_K	$I_K : I_\odot$	N_R
Min. $2.0 \cdot 10^{18}$	$0.68 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{24}$
Max. $3.6 \cdot 10^{18}$	$1.2 \cdot 10^{-6}$	

Das Intensitätsverhältnis Ring : A-Stern ergibt sich daraus zu 0.51. Bei der groben Abschätzung wäre auch eine weniger nahe Übereinstimmung mit dem oben abgeleiteten Wert 0.20 noch als befriedigend anzusehen gewesen.

Das an den freien Elektronen gestreute Licht muß die gleiche spektrale Energieverteilung haben wie das Licht des A-Sterns. Man sollte deshalb zunächst für die photographische Lichtkurve mindestens ebenso ausgedehnte Flügel des Hauptminimums erwarten wie in der visuellen Lichtkurve. Das von hinteren Ringteilen ausgehende Licht wird aber ebenso wie das Licht des A-Sterns durch Streuung im Ring geschwächt, und zwar ist wegen der vorausgesetzten Mitwirkung einer selektiven Komponente die Schwächung im kurzwelligen Bereich größer. Die bisher vorliegenden Beobachtungen erlauben keine nähere Untersuchung, weil die Form der Lichtkurve noch nicht mit genügender Genauigkeit gesichert ist.

6. Bemerkungen zur Theorie der Randverdunkelung der A-Komponente

Zur Erklärung der unterschiedlichen Breite des Hauptminimums in Abhängigkeit von der Wellenlänge war eine ungewöhnlich starke, wellenlängenabhängige Randverdunkelung der A-Komponente angenommen worden. Diese Annahme ist nicht neu. C. PAYNE GAPOSCHKIN und S. GAPOSCHKIN [19] haben schon gezeigt, daß sie wenigstens qualitativ den theoretischen Erwartungen nach der Theorie ausgedehnter Sternatmosphären entspricht, über die Untersuchungen von N. A. KOSIREV [20] und von S. CHANDRASEKHAR [21] vorliegen. Bei einem Vergleich der in der genannten Arbeit von C. PAYNE GAPOSCHKIN und S. GAPOSCHKIN abgebildeten theoretischen Lichtkurven mit den für SX Cas vorliegenden Beobachtungen darf nicht übersehen werden, daß in den Abbildungen jeweils Lichtkurven zusammen dargestellt sind, für die λT um den Faktor 20 verschieden ist, während bei Einsetzen von $\lambda_{pg} = 4250$ Å, $\lambda_{vis} = 5290$ Å und $T = 8400$ °K der Faktor nur 1.24 beträgt.

Für ein gegebenes λT ist die Struktur der Atmosphäre und damit die Randverdunkelung wesentlich bestimmt durch die Größe des Exponenten n in $\varkappa \varrho = c\, r^{-n}$, wo $\varkappa$ der Absorptionskoeffizient, ϱ die Dichte und r der Abstand vom Zentrum sind. KOSIREV [20] hatte mit $n = 1.5$ gerechnet. Mit $n \to 1.0$ wächst die Randverdunkelung, gleichzeitig aber auch die Ausdehnung der Atmosphäre. Wie schon früher erwähnt wurde, kann in dem Ring um die A-Komponente der Dichtegradient klein sein ohne gleichzeitige große Ausdehnung, weil der Ring durch den schnellen Umlauf der Gasmassen getragen wird. Wenn die Dichte erst wenig abnimmt und am Rand ziemlich plötzlich auf Null abfällt, ist der Unterschied gegen eine normale Sternatmosphäre schon bedeutend. Der Ring kann zwar trotzdem als

Pseudoatmosphäre betrachtet werden, aber die von KOSIREV und CHANDRASEKHAR gemachte Voraussetzung des Strahlungsgleichgewichts ist wohl nicht erfüllt.

Wenn Beobachtungen von höherer Genauigkeit das vorgeschlagene Modell in seinen Grundzügen bestätigen sollten, wäre eine Erweiterung der Theorie auf eine Pseudoatmosphäre von der Art des Gasrings sehr erwünscht.

Hier sei noch ein Erklärungsversuch von A. W. SOFRONIZKIJ [22] erwähnt. SOFRONIZKIJ geht ausführlich auf SX Cas ein. Er will die beobachteten Besonderheiten mit Hilfe der KOSIREVschen Theorie ausgedehnter Atmosphären erklären, nimmt aber dabei an, daß die ausgedehnte Atmosphäre der Nebenkomponente zugehört. Er erkennt richtig, daß die geringere Breite des Hauptminimums für kürzere Wellenlängen in diesem Fall verlangt, daß die Extinktion mit wachsender Wellenlänge zunimmt. Diese Art Extinktion ist zwar weniger wahrscheinlich als die umgekehrte, sie ist aber nicht ganz unmöglich. Weiter stellt aber SOFRONIZKIJ fest, daß infolge der ausgedehnten Atmosphäre des Begleiters das Nebenminimum schmaler sein müßte als das Hauptminimum. Diese Feststellung ist richtig, aber gerade bei SX Cas zeigen die Beobachtungen sehr deutlich, daß im Gegenteil das Nebenminimum das breitere ist. Die Annahme einer ausgedehnten Atmosphäre um die Nebenkomponente führt also zu einem Widerspruch gegen die Beobachtungen.

Zusatz: Erst nach Abschluß dieser Arbeit sind dem Verfasser die Arbeiten von A. M. SCHULBERG [26] bekannt geworden, in denen die Bestimmung der Systemkonstanten von Bedeckungsveränderlichen mit ausgedehnten Atmosphären diskutiert wird. SCHULBERG geht aus von der ersten zitierten Arbeit von CHANDRASEKHAR [21] und wählt $n = 2$. Er wendet die Theorie an auf V 444 Cyg, dessen eine Komponente ein WOLF-RAYET-Stern ist. Von einer Anwendung der Methode von SCHULBERG auf den wesentlich anders gearteten Fall des Systems SX Cas ist nach den obigen Bemerkungen zur Theorie der Randverdunkelung der A-Komponente kaum mehr als eine rein formale Darstellung der Beobachtungen zu erwarten, deshalb wurde auf eine Durchrechnung verzichtet.

7. Zur Prüfung des Modells durch weitere Beobachtungen

Das in dieser Arbeit erörterte Modell des Systems SX Cas wurde aufgestellt zur einheitlichen Erklärung der vorliegenden spektrographischen und photometrischen Beobachtungen. Wenn es sich in seinen Grundzügen als richtig erweisen sollte, kann es auch als Grundlage zum Verständnis anderer Systeme mit den gleichen Eigenarten wie SX Cas dienen. Das Vorkommen eines Gasrings ist für viele Bedeckungsveränderliche durch spektrographische Beobachtungen gesichert. Ebenso ist die verschiedene Breite von Haupt- und Nebenminimum auch schon bei anderen Systemen festgestellt worden, z. B. wurde bei TX Her aus lichtelektrischen Beobachtungen ein Unterschied von $0^{p}02$ gefunden [23]. Beispiele für ähnliche systematische Unterschiede zwischen visueller und photographischer Lichtkurve wie bei SX Cas sind in der zitierten Arbeit von C. PAYNE GAPOSCHKIN und S. GAPOSCHKIN [19] aufgeführt.

Bei SX Cas sind die verschiedenen Breiten der Minima so ausgeprägt, daß die relativ ungenauen visuellen und photographischen Lichtkurven hier verwendet werden konnten. Für genauere Untersuchungen sind lichtelektrische Beobachtungen, gleichzeitig in mehreren Wellenlängen, zu wünschen. Wegen der langen Periode sind die Anforderungen in bezug auf die Gleichzeitigkeit nicht hoch. Bei gesteigerter Beobachtungsgenauigkeit ist damit zu rechnen, daß neben dem Bedeckungslichtwechsel doch überlagerte Helligkeitsschwankungen auftreten. Ihre Realität kann durch gleichzeitige Beobachtung in mehreren Wellenlängen am einfachsten geprüft werden.

Wenn die Vorstellungen über die Randverdunkelung einigermaßen zutreffend sind, ist zu erwarten, daß für effektive Wellenlängen, die kürzer sind als die effektive Wellenlänge der photographischen Beobachtungen, ein noch kleinerer effektiver Radius der A-Komponente zu einem noch schmaleren Hauptminimum führt. Das Nebenminimum wird dabei sehr flach. Mehr Aufschluß versprechen Beobachtungen mit größerer effektiver Wellenlänge als die der visuellen Beobachtungen. In dem Modell war der Radius des A-Sterns unbestimmt geblieben. Aus Beobachtungen im langwelligen Bereich sollte er zu bestimmen sein. Die Extrapolation von GAPOSCHKIN [3], der annimmt, daß bei $\lambda = 10000$ Å die beiden Komponenten von SX Cas mit gleichen Radien in Kontakt wären, dürfte wohl zu weit gehen. Nach dem Modell sollte die Breite des Nebenminimums keine starke Änderung in Abhängigkeit von der Wellenlänge zeigen. Wenn die Transparenz des Rings mit wachsender Wellenlänge wesentlich zunimmt, ist eine Änderung der Form des Nebenminimums zu erwarten. Es müßte dann ein Kern mit Flügeln erscheinen, wobei die Breite des Kerns dem wirklichen Radienverhältnis entspricht. (Hier sei noch einmal bemerkt, daß wir den Ring als eine Pseudoatmosphäre auffassen, die vielleicht erst in einem gewissen Abstand vom Stern beginnt. Im Gegensatz zu GAPOSCHKIN [24] schreiben wir deshalb der A-Komponente einen wohldefinierten Radius zu, wenn er auch aus Beobachtungen in kurzen und mittleren Wellenlängen nicht bestimmbar ist.) Die Ausdehnung der Flügel sollte mit wachsender Wellenlänge etwas zurückgehen, weil dann die äußersten Teile des Rings wegen zu geringer optischer Dicke photometrisch unwirksam werden.

Bei der Diskussion des Modells waren absolute Dimensionen verwendet worden, die auf der von STRUVE [4] abgeleiteten Größe der Radialgeschwindigkeitsamplitude und dem von GAPOSCHKIN [3] ge-

schätzten Massenverhältnis der Komponenten beruhen. Eine Verbesserung ist hier sehr erwünscht. Sie ist nicht von einer bloßen Wiederholung der Radialgeschwindigkeitsmessungen im gleichen Wellenlängenbereich zu erwarten. Dagegen ist viel zu erhoffen, wenn die Radialgeschwindigkeitsbeobachtungen nach dem Bereich größerer Wellenlängen ausgedehnt würden. Dann sollten nämlich Linien der G-Komponente auch außerhalb des Hauptminimums meßbar werden. Den starken Verzerrungen der bisherigen RG-Kurve um die Phase des Hauptminimums sollten für diese Linien umgekehrte Verschiebungen um die Phase des Nebenminimums entsprechen, weil jetzt die Absorption in den Teilen des Rings, die vor dem G-Stern stehen, die Verzerrung verursacht. Aus solchen erweiterten Radialgeschwindigkeitsmessungen ergäbe sich also eine wertvolle Ergänzung der Kenntnisse über die Bewegungen der Gasmassen im System. Damit würde auch die Korrektion der Radialgeschwindigkeitskurven erheblich an Sicherheit zunehmen, so daß schließlich ein genügend gesichertes Massenverhältnis abgeleitet werden könnte.

Zur Prüfung und Ergänzung der Ergebnisse über die physikalischen Verhältnisse im Gasring sind spektralphotometrische Beobachtungen erforderlich. Man braucht vor allem Profile und Äquivalentbreiten der Emissionslinien und ihrer Absorptionskerne. Es war schon früher erwähnt worden, daß eine Untersuchung der Linienprofile in den Phasen kurz vor und nach dem Hauptminimum auch Aufschluß über den Durchmesser des Gasrings geben kann.

Endlich ist als Nebenwirkung der angenommenen Streuung im Gasring auch eine Polarisation zu erwarten. Eine Beobachtung von W. A. HILTNER [25] hat allerdings nur geringfügige Polarisation ergeben.

Der Aufwand für umfangreiche neue Beobachtungen wäre nicht lohnend, wenn es nur um das hier vorgeschlagene Modell oder nur um das System SX Cas ginge. Da aber für eine ganze Gruppe von Doppelsternsystemen mit deutlich ausgebildeten Gasringen neue Erkenntnisse erwartet werden können, sind diese Hinweise für Beobachter wohl doch angebracht.

Literatur

[1] O. GÜNTHER, Untersuchungen über SX Cassiopeiae. I. Astron. Nachr. **285**. 97 (1959).
[2] R. S. DUGAN, Photometric researches. The variables SX Cassiopeiae, VW Cephei. Contrib. Princeton Univ. Obs. No. 13 (1933).
[3] S. GAPOSCHKIN, The eclipsing system SX Cassiopeiae. Astrophys. J. **100**.221 (1944).
[4] O. STRUVE, The spectrum of SX Cassiopeiae. Astrophys. J. **99**.89 (1944) = Contrib. McDonald Obs. No. 84.
[5] S. GAPOSCHKIN, The eclipsing variables. Harvard Ann. **113**.69 (1953).
[6] H. SCHNELLER, Eine einfache Methode zur Bestimmung der Systemkonstanten bei Bedeckungsveränderlichen. Veröff. Sternw. Sonneberg **1**.357 (1949).
[7] K. FERRARI D'OCCHIEPPO, Beitrag zur Bestimmung des Radienverhältnisses bei Bedeckungsveränderlichen, Mitt. Univ.-Sternw. Wien **9**.1 (1956).
[8] J. E. MERRILL, Tables for solution of light curves of eclipsing binaries. Contrib. Princeton Univ. Obs. No. 23 (1953).
[9] G. R. and E. M. BURBIDGE, The outer atmospheres of some Be stars. Astrophys. J. **117**.407 (1953).
[10] R. P. KRAFT, The binary system Nova T Coronae Borealis. Astrophys. J. **127**.625 (1958).
[11] Z. KOPAL, The nature of gas streams in close binary systems. Astron. Nachr. **284**.169 (1958).
[12] O. STRUVE, The analysis of peculiar stellar spectra. In J. A. HYNEK, Astrophysics. A topical symposium. New York, Toronto, London 1951.
[13] D. H. MENZEL, J. G. BAKER, Physical processes in gaseous nebulae II. Theory of the Balmer decrement. Astrophys. J. **86**.70 (1937).
[14] J. G. BAKER, D. H. MENZEL, L. H. ALLER, Physical processes in gaseous nebulae V. Electron temperatures. Astrophys. J. **88**.422 (1938).
[15] W. G. GORBAZKIJ, Über die Ursachen des Auftretens enger Absorptionslinien in den Spektren der Be-Sterne (russ.). Astron. J. UdSSR **31**.413 (1954).
[16] P. C. KEENAN, W. W. MORGAN, Classification of stellar spectra. In J. A. HYNEK, Astrophysics. A topical symposium. New York, Toronto, London 1951.
[17] S. BAUMBACH, Strahlung, Ergiebigkeit und Elektronendichte der Sonnenkorona. Astron. Nachr. **263**.121 (1937).
[18] H. C. VAN DE HULST, The electron density of the solar corona. Bull. Astron. Inst. Netherlands **11**.135 (1950).
[19] C. PAYNE GAPOSCHKIN, S. GAPOSCHKIN, Eclipses of stars with thick atmospheres. Astrophys. J. **101**.56 (1945).
[20] N. A. KOSIREV, Radiative equilibrium of the extended photosphere. Monthly Not. R. Astron. Soc. **94**.430 (1934).
[21] S. CHANDRASEKHAR, The radiative equilibrium of extended stellar atmospheres. Monthly Not. R. Astron. Soc. **94**.444 (1934). On the radiative equilibrium of a stellar atmosphere V. Astrophys. J. **101**.95 (1945).
[22] A. W. SOFRONIZKIJ, Über die physische Natur der Unterriesen-Nebenkomponenten in engen Bedeckungsveränderlichen (russ.). Poulkovo Bull. **19**. No. 4.1 (1953).
[23] R. A. BOZULA, Der Bedeckungsveränderliche TX Herculis (russ.). Veränd. Sterne Bull. **11**.26 (1956).
[24] S. GAPOSCHKIN, Edgeless stars. Science **100**.393 (1944) = Harvard Reprints Ser. II—8.
[25] W. A. HILTNER, Polarisation of stellar radiation. III. The polarisation of 841 stars. Astrophys. J. **114**.241 (1951).
[26] A. M. SCHULBERG, Bedeckungsveränderliche mit ausgedehnten Atmosphären (russ.). Veränd. Sterne Bull. **9**.256 (1953). Zur Frage der Bestimmung der Systemkonstanten von Algol-Sternen mit ausgedehnten Atmosphären (russ.). Publ. Astron. Obs. Odessa **3**.249 (1953).

V/12/6 0,100